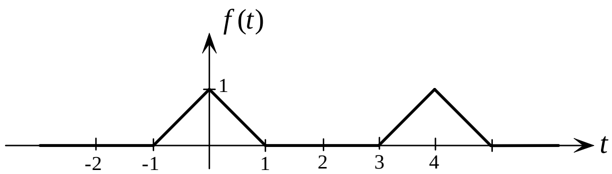
SISTEMAS LINEALES
TALLER

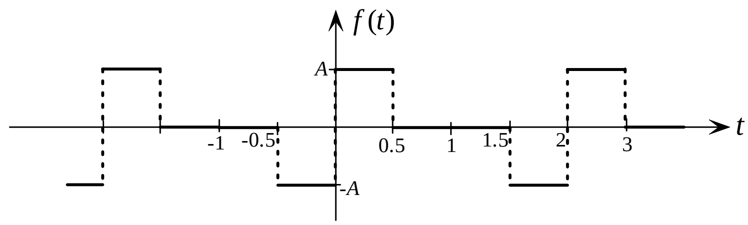
I. SERIES DE FOURIER

1. Obtener los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier para las siguientes funciones periódicas.

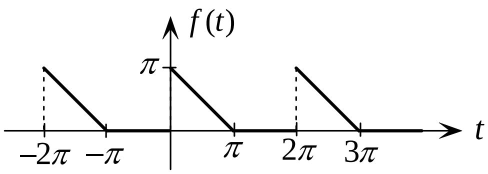
a.



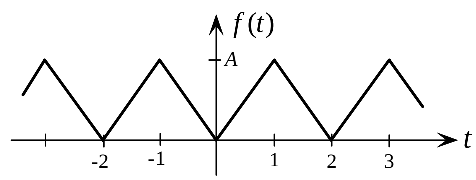
b.



c.



d.



e. $f(t) = sen^3 t + \cos^2 t$ (Dibujar la función)

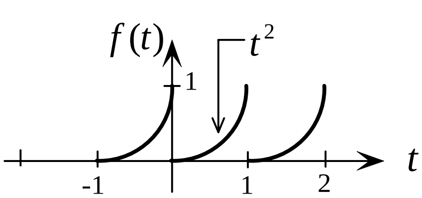
f . $f(t) = \left|\cos(\pi t)\right|$ (Dibujar la función)

g. $f(t) = \left|A\sin(t/2)\right|$ (Dibujar la función)

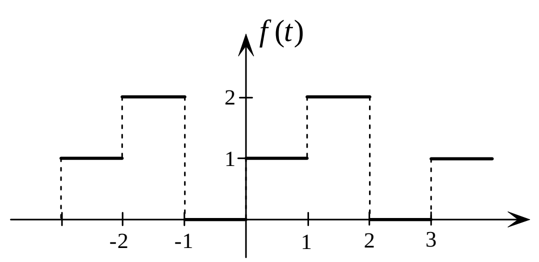
h. $f(t) = 2 - t^2,\ -\sqrt{2} \le t < \sqrt{2},\ \ f(t + 2\sqrt{2}) = f(t)$ (Dibujar la función)

2. Obtener la serie exponencial de Fourier para las siguientes funciones periódicas. Dibujar los espectros de magnitud y de fase.

a.



b.



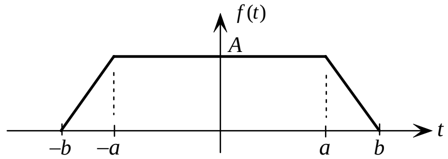
c. 1-a d. 1-b e. 1-g

Recomendación. Desarrollar programas en MATLAB para cada uno de los ejemplos. Dibujar la función, las aproximaciones con un número dado de términos de la serie y los espectros.

II. TRANSFORMADA DE FOURIER

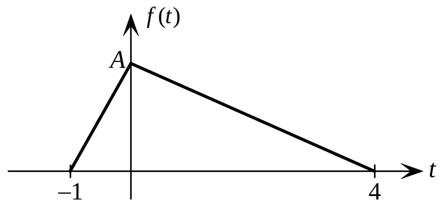
1. Calcular la transformada de Fourier para las siguientes funciones $f(t)$ no periódicas

a.

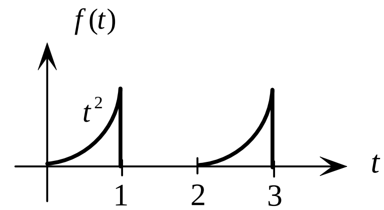


Calcular $i)\ \lim_{a\to 0} F(\omega)$ $\quad ii)\ \lim_{b\to a} F(\omega)$

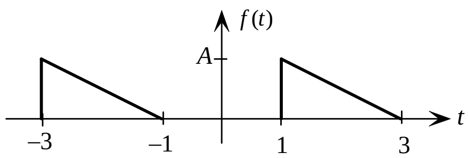
b.



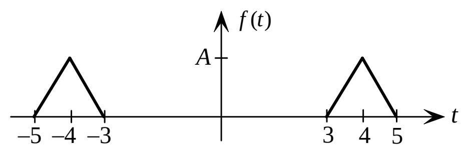
c.



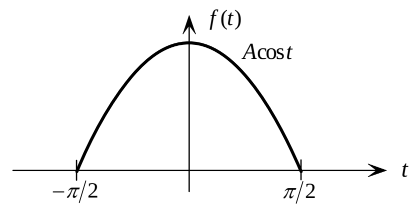
d.



e.



f.



g. $f(t)=\begin{cases}\cos 20t, & |t|\le \pi/5\\ 0, & |t|>\pi/5\end{cases}$ **(**Dibujar $f(t)$) $\qquad$ h. $f(t)=\begin{cases}e^{-a|t|}, & |t|\le T\\ 0, & |t|>T\end{cases}$ $\quad a>0$ **(**Dibujar $f(t)$)

i. $f(t)=\begin{cases}e^{-at}u(t), & 0\le t\le T\\ 0, & t>T\end{cases}$ $\quad a>0, T>0$ **(**Dibujar $f(t)$)

2. Para una función $f(t)$ con transformada de Fourier $F(w)$ comprobar las siguientes propiedades. Ver libro **Opennhaim.**

a. Propiedad de diferenciación en frecuencia: $\quad t^n f(t) \quad \leftrightarrow \quad (i)^n \dfrac{d^nF}{dw^n}(w) \quad n = 0, 1, 2,\ldots$

b. Propiedad de simetría: $F(t) \quad \leftrightarrow \quad 2\pi f(-w)$

c. Propiedad de escalamiento: $\quad f(at) \quad \leftrightarrow \quad \dfrac{1}{|a|}F\left(\dfrac{w}{a}\right)$

d. Convolución en la frecuencia: $\quad f_1(t)\,f_2(t) \quad \leftrightarrow \quad \dfrac{1}{2\pi}F_1(w)*F_2(w)$

3. si la función $f(t)$ tiene la transformada $F(w)$, calcular la transformada de $f(t)\sin w_0 t$.

4. Calcular la transformada de Fourier de las siguientes funciones (dibujar $f(t)$ y $F(w)$)

a. $f(t)=te^{-at}u(t)$ $\qquad$ b. $f(t)=e^{-at}\sin(w_0t)u(t)$ $\qquad$ c. $f(t)=te^{-at}\cos(w_0t)u(t)$

d. $f(t)=e^{-at^2}$ $\quad (a>0)$ (gaussiana) (***Sugerencia***: Integrar por partes y comprobar que $F(w)$ satisface la ecuación diferencial $2aF'(w)+wF(w)=0$. La constante de integración se calcula con la condición inicial $F(0)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-at^2}dt=\sqrt{\pi/a}$).

e. $f(t) = Sa^2(w_0 t)$ f. $f(t) = Sa(w_0 t)\cos(3w_0 t)$ g. $f(t) = \sin(t)\cos(6t),\ 0 \le t \le \pi$

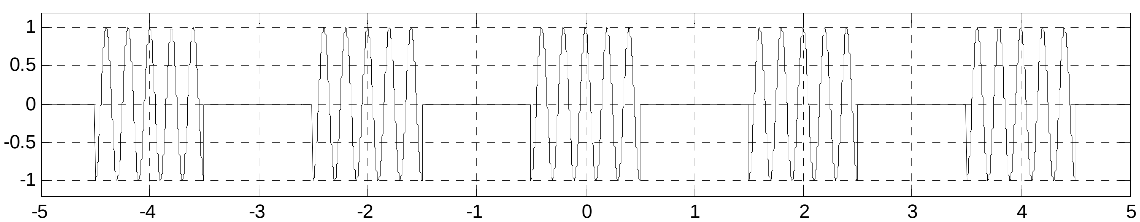
h. $f(t) = (1-t^2)e^{-t^2/2}$ (Mexican hat)

5. Usando la transformada de Fourier y sus propiedades calcular las siguientes integrales

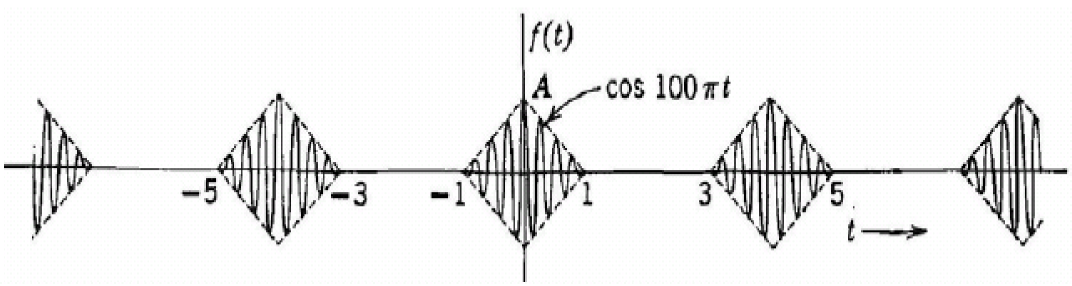
a. $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (1-t^2)^2 e^{-t^2} dt$ b. $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} \cos^2(5t) dt$

6. Calcular la transformada de Fourier de las siguientes señales periódicas

a. $f(t) = |A\sin(w_0 t)|$ (Dibujar $f(t)$)



a.



7. Si $f(t)$ tiene la transformada $F(w)$; calcular la transformada de las siguientes funciones

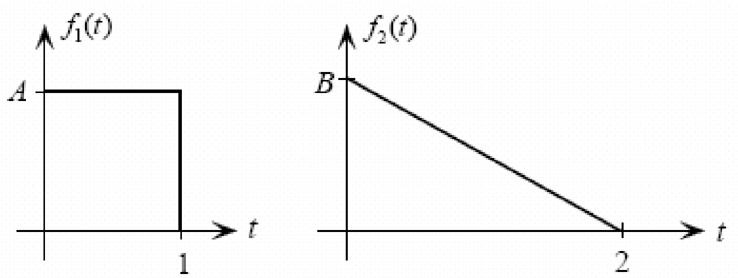
a. $tf(2t)$ b. $(t-2)f(t)$ c. $(t-2)f(-2t)$ d. $t\dfrac{df}{dt}$

8. Calcular $f_1(t) * f_2(t)$ para las siguientes señales

a. $f_1(t) = f_2(t) = u(t)$ b. $f_1(t) = u(t),\ f_2(t) = e^{-t}u(t)$ c. $f_1(t) = e^{-2t}u(t),\ f_2(t) = \sin 3t$

d. $f_1(t) = e^{-t}u(t),\ f_2(t) = \cos(2t)u(t)$ e. $f_1(t) = e^{-2t}\sin(4t)u(t),\ f_2(t) = u(t)$

f.

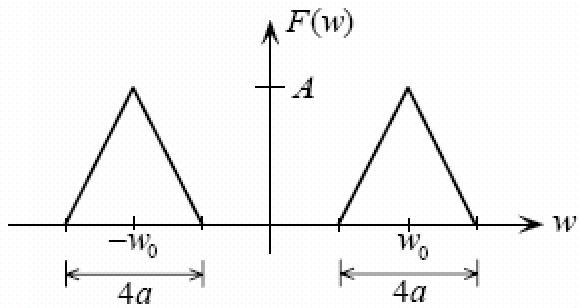


9. Si $f(t)$ tiene la frecuencia máxima w_m, calcular $f(t) * Sa(kt)$ para $k \ge w_m$.

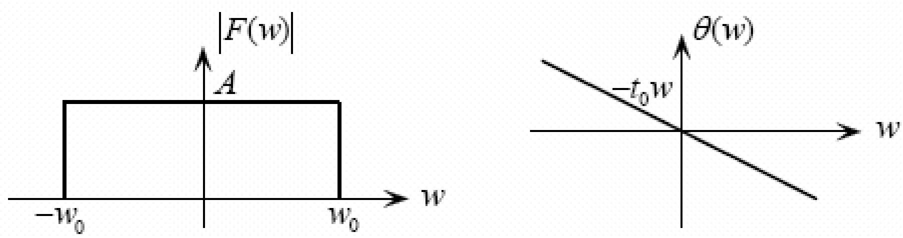
10. Calcular la transformada inversa de Fourier de los siguientes espectros $F(w)$

a. $F(w) = \sin(t_0 w)$ b. $F(w) = e^{-aw}u(w)$ c. $F(w) = u(w)$

d.



e.



f.